# Halterungen für Glasfassaden

Ein Betrieb erzeugt Halterungen für Glasfassaden. Die monatlichen Produktionskosten für die Herstellung der Halterungen bis zu einer Grenze von $x = 5\,000$ Stück können durch folgende Funktion $K$ beschrieben werden:

$K(x) = 0{,}00001 \cdot x^3 - 0{,}025 \cdot x^2 + 24 \cdot x + 3\,500$

$x$ ... Produktionsmenge in Stück mit $0 \leq x \leq 5\,000$
$K(x)$ ... Kosten bei der Produktionsmenge $x$ in €

a) 1) Stellen Sie eine Gleichung der Stückkostenfunktion $\overline{K}$ auf.
   2) Ermitteln Sie den lokalen Extremwert der Stückkostenfunktion $\overline{K}$.
   3) Zeigen Sie mithilfe der Differenzialrechnung, dass es sich bei diesem Extremwert um ein lokales Minimum handelt.

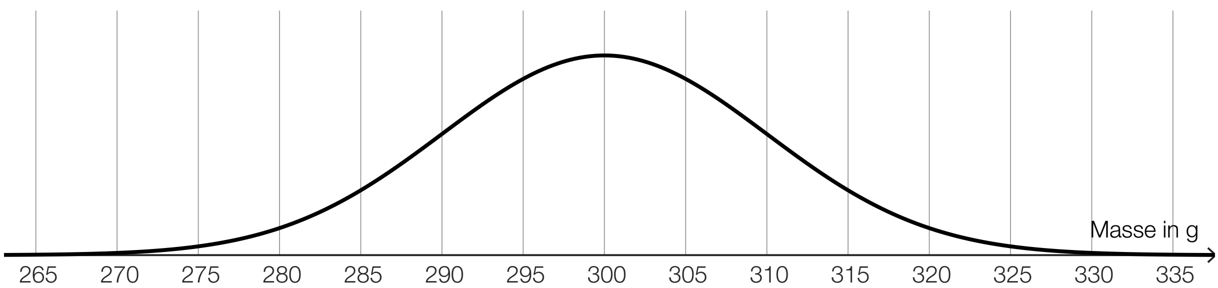
b) Die Halterungen werden zu einem Preis von € 20 pro Stück verkauft.

   1) Stellen Sie eine Gleichung der Gewinnfunktion $G$ auf.
   2) Ermitteln Sie den Gewinnbereich.

c) Ein Kunde bezieht die Halterungen in sehr großer Stückzahl.
Erfahrungsgemäß ist eine Halterung mit einer Wahrscheinlichkeit von 2 % fehlerhaft.
Der Kunde überprüft eine Zufallsstichprobe von 50 Halterungen.

   1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 1 der Halterungen in dieser Zufallsstichprobe fehlerhaft ist.

d) Die Masse der Halterungen ist annähernd normalverteilt. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.




   1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Erwartungswert $\mu$ und die Standardabweichung $\sigma$ ab.

## Möglicher Lösungsweg

a1) $\overline{K}(x) = \frac{K(x)}{x} = 0{,}00001 \cdot x^2 - 0{,}025 \cdot x + 24 + \frac{3\,500}{x}$

a2) $\overline{K}'(x) = 0{,}00002 \cdot x - 0{,}025 - \frac{3\,500}{x^2}$

$\overline{K}'(x) = 0$
$x = 1\,346{,}519...$
$K(1\,346{,}519...) = 11{,}067...$

a3) $\overline{K}''(x) = 0{,}00002 + \frac{7\,000}{x^3}$

$\overline{K}''(1\,346{,}519...) = 0{,}00002... > 0$

Die 2. Ableitung der Stückkosten ist positiv, daher liegt ein Minimum vor.

b1) $G(x) = 20 \cdot x - K(x)$
$G(x) = -0{,}00001 \cdot x^3 + 0{,}025 \cdot x^2 - 4 \cdot x - 3\,500$

b2) $G(x) = 0$

$(x_1 = -289{,}6...)$ $x_2 = 536{,}1....$ $x_3 = 2\,253{,}5...$
Gewinnbereich: [537 Stück; 2 253 Stück]

c1) Binomialverteilung mit $n = 50$ und $p = 0{,}02$
$X$ ... Anzahl der fehlerhaften Halterungen

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \leq 1) = 0{,}7357...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 73,6 %.

d1) $\mu = 300$ g, $\sigma = 10$ g
Ablesetoleranz für $\sigma$: [7; 13]